我が国におけるケプラーの第３法則の受容（III）

Adoption of the Kepler's Third Law in Japan (Ⅲ)

上原　貞治　　S. Uehara
（茨城県つくば市）

東亜天文学会　「天界」2007年2月号掲載

１．日本におけるケプラーの第３法則概史

１８世紀後半、西洋の近代科学の知識が日本に伝わり、蘭学として研究されるようになった。そして、幕末にかけてそれは洋学として発展し、日本人は、西洋近代科学が実証性、精密性において東洋の自然哲学を圧倒的に凌駕していることを認めるにいたった。惑星運動の精緻な法則性を記述する「ケプラーの第３法則」の日本への移入もこの流れの中に起こった。

しかし、ケプラーの第３法則においては、多少、特異なことが起こったようである。オランダ語の文献からこの法則が伝わるのとほぼ並行して、国内で独立にこの法則が発見されたと見られるからである（文献1)。麻田剛立(1734-1799)は民間の暦学研究者であったが、中国の暦書の研究に基づいて1789年頃にケプラーの第３法則を独自に発見した可能性が高い。その内容は、1790年代後半に成立したと考えられる文献「麻田翁五星距地之奇法」に残されている。

一方、オランダルートからは、オランダ語の天文書を読んだ志筑忠雄が1798年にこの法則についてのかなり詳しい記述を「暦象新書」に残している（文献2)。幕府天文方の高橋至時（1764-1804）は麻田剛立の共同研究者であるが、ケプラーの第３法則を麻田の独創だと言っており、麻田の死後に西洋の文献に触れるまでケプラーが先にそれを発見していたことを知らなかったようである（＊注１）。 高橋はその後すぐに世を去ったが、西洋天文学による精密な暦算を研究したいという彼の遺志は２人の息子、高橋景保と渋川景佑に引き継がれた。特に、渋川はのちにケプラーの法則に関わる西洋近代科学の全容 ―ニュートン物理学―をほぼ把握しそれに基づいて天保の改暦(1844)を行った。

この高橋至時から渋川景佑へ流れる歴史の中で、最大限の力を発揮したのが間重富（1756-1816）である。間は実務の上で天文方の至時、景保を支え続けたが、麻田剛立が発見したケプラーの第３法則＝「五星距地之奇法」に対しても、それを説明する理論「天行方数諸曜帰一之理」を唱えて麻田の門人らの喝采を浴びた。その彼がケプラーの第３法則について独自の深い考察を書き留めたのが、今回取り上げる文献「垂球精義」である。

＊注１　麻田一門の者では、高橋至時が1803年に「ラランデ暦書」を読んで西洋にすでにケプラーの第３法則があったことに具体的に触れたのが最初のようである。(文献2参照)。

2．間重富の「天行方数諸曜帰一之理」

間重富は、麻田剛立の発見した五星距地之奇法の成り立つ理由についてねばり強く考察を重ね、ついにそれを振り子の運動とのアナロジーで説明した。それは1795-97年頃のことであったといわれる。なお、振り子は当時の用語で「垂球」と呼ばれているので、ここでもこの言葉を使うことにする。垂球は、天体観測のために時計として利用された単純な振り子を指すらしい。間は当時の天体観測の第一人者であったが、観測精度を決める決定的な要因のひとつは時刻の測定にあった。時刻の測定とは、すなわち垂球の振動を数えることであった。

さて、「天行方数諸曜帰一之理」の初期的な説明と思われるものが、「麻田翁五星距地之奇法」にある（文献1)。そこでは、まず、五星距地之奇法により $P^2 \sim r^3$ を示す一方（P は惑星の公転周期、r は惑星の軌道半径。本論で"～"は異なる r の値を持つ惑星や垂球の間で両辺に比例の関係があることを示す)、垂球では $P^2 \sim r$（ここでは、P は垂球の振動周期、r は垂球の糸の長さ）が成り立つことに触れる。そして、どちらも P^2が r のべき乗に比例することを指摘し、惑星の運動は垂球と同じ原理に従うとした。ただし、r のべきが異なるのは垂球と天体の「勢い」が違うためである、と「麻田翁五星距地之奇法」では説明されている。

「天行方数諸曜帰一之理」は間重富の墓碑文に現れる上記の内容の原理の名称であるが、「天行方数」というのは「天体の運動の角速度の平方」という意味であろう。惑星の公転角速度を n とすると、$n=2\pi/P$ であるので、ケプラーの第３法則は、$n^2 \sim r^{-3}$と表現できる。一方、n は垂球では角振動数（振動数の 2π 倍）に対応し、垂球では $n^2 \sim r^{-1}$が成り立つことになる。天行方数諸曜帰一之理は、ケプラーの第３法則が成り立つことだけでなく、この法則が垂球の法則と同じ原理に基づいていることを主張しているのである。

間重富のこの原理は、現在から見ると垂球の運動法則と惑星運動の法則の単なる類似性を示したものに過ぎず、その数理的根拠に遡っていないので、物理学といえるようなものではない。しかし、法則の数理的な点に注目した点、それから、地上の垂球と天の惑星の同じ原理が働いているとしたことは、ある意味では「ニュートンのリンゴ」に匹敵する画期的な考えであったと言えるかもしれない。事実、この原理は間の会心の発見であったようで、それに関する彼の考察は著書「垂球精義」(1805)の内容へと発展する。垂球精義は、間がケプラーの第３法則がすでに西洋にあることを知ったのちに書かれたものであるが、西洋近代科学の宇宙観には触れておらず、その内容は間の独創に満ちており（文献3)、日本人の数理的世界観に触れられる非常に貴重な文献だといえる。

3．「垂球精義」の内容

垂球精義は、間重富がわずか６日間で書いたメモのようなものであり、おそらく未完である。一部は「秘書」とされており、ただちに他人に見せるために書かれたもののようには見えないが、間はこの内容を生涯を賭けた自分の代表的な仕事のひとつと自負していたようである。題名からするとおもに垂球について詳しく論じているように予想されるが、実際は６割がたの分量をケプラーの第３法則の解説や計

算に割いていて、残りが垂球の解説と計算である。それにもかかわらず間がこのメモを垂球精義と名付けたのは、ケプラーの第３法則の根拠と垂球の周期と糸の長さの法則の根拠がまったく同じ原理に基づくと信じていたからであろう。垂球の法則については、中国書「霊台儀象志」（1674、著者はイエズス会士で中国（清）に来たベルギー人 F.フェルビースト。中国名は南懐仁。）によって伝わったのが我が国の最初であるという。

間はここで垂球と惑星の運動の類似性の記述を一歩進めている。惑星については、$n^2 \sim r^{-3}$が成立するのであるが、惑星の公転角速度を「視動」（見た目の運動）であるとして、実動である実速度$v = r n$を導入すると、$v^2 \sim r^{-1}$となって垂球の場合とまったく同じべき乗（r^{-1}）になることを示した。そして、垂球の運動と惑星の運動はまったく同じ原理に基づいていると主張する。間には物理量の次元などという考えはなかっただろうから角速度と速度を混同してしまったのかもしれないが、強いて言えば垂球の振幅を糸の長さに依らず一定にすれば、垂球の運動の平均速度においても、$v^2 \sim r^{-1}$が成立する。以下にこれに続く部分を垂球精義から引用する。

「而して前に言ふ垂球の理と相符す。然も天理に於る星体は重物なり。重物の運行は則垂球の理と同等となる。所謂る軽重の比例なり。軽重比例なれば平方の数にして所謂る方根方数の比例なり。然れば天理に於るも方数方根の比例となるべき也。然るに立方の比例となる者は何ぞや。是れ、全く立法のゆへにて他にあらず。今に星一周と太陽（地動は地球なり）八周（前の四倍天の比例）とを同天の黄道の上に於て算するのゆへに自ら星の四倍離径に除くの数となる。故に立法比例となるのみ。」

（文献3より。原文の仮名は片仮名であるが読みやすいように平仮名にした。句読点は適当に補ったもので原文にはない。漢字も適当に変更して当てはめた。括弧内は二行割注。一部、虫食い等のために判読困難な部分を推測した。）

ここで、間は、太陽系において地球の４倍の軌道半径を持つ仮想的な惑星があればそれは８年という立法数の公転周期を持つが、その速度は４÷８＝1/2倍となり、これを軌道半径比４と比べれば､垂球の場合と同じように平方数しか出てこないし、原理としてそうなるべきだ、という意味のことを言っているのである。間がこのように垂球の法則と惑星の法則を同じにすることにこだわったのは、両者が同じ法則に支配されていることに漠然とであるが確信を持っていたからであろう。これは一種の直感のようなものであり、間自身としても天行方数諸曜帰一之理が論理的な証明になっているとは思っていなかったのではないか。垂球精義の終わりの方にある「秘書」の部分では、さらにそれを発展させ、垂球の往復運動を回転運動に焼き直して解釈して惑星運動との共通性をさらに強調しようと試みたようであるが、数理的にはその意味を理解しがたく、類似性を強調するという点でも完成をみていないようである。

また、この引用部分の前の方で、垂球の法則が天秤ばかりにおける「力のモーメント」の釣り合いに対比されている。垂球や惑星の周期がそれらの質量に依存しな

いにもかかわらず、引用部分で「重物」の「軽重」が取り上げられたのは、支点より遠い位置にある物体は「実効上、より重くなる」というようなイメージがあったからかもしれない。
他に、垂球精義の中ほどで、麻田の五星距地之奇法と西洋のケプラーの第３法則が等価であることが証明されている。この部分は、五星距地之奇法が麻田の独創であることを裏付けているが、数学的には法則の比例関係を異なる分数式の表現で列挙したものに過ぎない。

４．東洋自然哲学による法則の理由づけ

間重富が垂球精義で明確に数理的な指摘を行ったのは概ね前節で述べた範囲に尽きる。さらに、彼は自然哲学的な方面から法則の理由付けを試みているが、それは東洋哲学に基づいたものであって、ニュートン物理学に基づいたものでも彼の独特の考えに基づくものでもない。以下に関連する部分を引用をする。

「天体は気のみ、太陽は天の中心に在りて天中の陽気の中に止るものにして、太陽天中の五星及び地体の如き皆な陰体にして、只ゝこの陽は日体のみ。而して各体の層々として中天に浮む者は、天の気の軽重と体の各々の軽重と相符して、己れの居るべき所に居る。其の理を測れば垂球にしくは無し。たとえば太陽を垂球を掛るの心として、而して一尺の垂線は太陽の外、第一層天の径とす。その球の重さは即ち其第一層の気の重さにして第一重の球の居るべき所とす。」

この説明は東洋の自然哲学を太陽系の惑星の運動に適用したものである。地上の物体に対する法則を天体にも適用するのは西洋では画期的なアイデアであるが、東洋哲学では極めて普通の考えである。朱子学では、天（宇宙）や地（自然界）の法則と同様の秩序が人間界（社会や倫理）においても成り立つことが理想とされた。進歩的な麻田一門に属していた間がどのような哲学に基づいた宇宙観を持っていたかは極めて興味のある点であるが、計算と天体の動きを合わせることを至上命令とする「暦学者の哲学」を彼らが奉じていたこと以外はあまり文献に残っていない。そういう意味で、間が惑星運動の説明に「気」や「陰陽」を持ち出したこの部分は貴重である（＊注２）。この引用部分は、その後、惑星の軌道の説明に移り、次のような文章で一段落する。

「何になれば、星体も皆な質体にして天気の軽重に応じ其の処に浮み、層々として等子（はかり）に權重を掛るが如く、其の居るべきに居て、天気と星と相偶て自ら平均して落んと欲すれども能わず。等子（はかり）の平均したる如し。而して其の行度を為すや体数を行く。体数は何ぞや。則て垂球の行、軽重の比例となる故に、この垂球の諸理に通れば天の自然の揺動の理、自ら白明にして実に暗夜に燈火を得たるが如し。然れども、熟思〇〇底徹なし難〇故に余も敢て人に語らず。」
（等子（「はかり」は原文にある振り仮名）とは、天秤ばかり、あるいは棹ばかりのこと。〇は判読できなかった部分。）

なんと、ケプラーの第３法則も垂球の法則も東洋の自然哲学に基いて「気のバランス」によって説明しようとしている。そして、この気のバランスが棹ばかりにおける力のモーメントの釣り合いのように正確な数理をもたらすのだという。彼はこれを自身の独創であると述べている。この時点で、間は西洋近代科学がその数理を支える自然観をすでに包含したものであったこと、―則ちニュートン物理学が完成していたこと―を知らなかったものと見える。

＊注２　三浦梅園は、「贅語」(1789)で、惑星の軌道半径の大小と公転運動の遅速の関係を東から西への「気」の運動と西から東への「象」の運動の摩擦のようなせめぎ合いで説明した（文献１）。しかし、間はすでに地動説に傾いていたので、このような説明は採用し難かったと思われる。ここで「気」はガス体あるいはエーテルのようなもので、間は「陰体」である惑星は気の凝結した物であるが太陽に近いものほど密度が小さいとしている。

５．天行方数諸曜帰一之理とニュートン物理学による計算の対比

ここで、間重富が見いだした垂球と惑星運動の類似関係は結局何だったのかを見るために、ニュートン物理学の計算にそってその関係を再現してみよう。なお、当時の日本にはまだ西洋の高等な数学は移入されておらず、また、和算には「微分」の概念がなかったので、彼らがこのような運動方程式に基づくアイデアを持っていた可能性はないし、西洋書にそれを見つけていたとしても全く理解できなかったはずである（＊注３）。

振り子において、その振動方向を x 軸にとり、振幅が小さいとして y 軸方向の力と動きを無視すれば、運動方程式、

$$a = -gx/r$$

が成り立つ、ここで、$a=d^2x/dt^2$（時間 t による２階微分）、g は重力の加速度、r は糸の長さである。$v=dx/dt$　（v は速度の x 軸方向成分）を用いると、$a=vdv/dx$ であるから、１階の微分方程式　$vdv=-gr^{-1}xdx$　が成立する。これに、$x=d$ で $v=0$（d は振り子の振幅）という条件を与えると、

$$v^2 = gd^2r^{-1}\{1-(x/d)^2\}$$

となって、v^2の１周期にわたる平均は r^{-1}に比例する（d を一定にした場合）。

一方、惑星運動は、太陽を原点とする極座標系で運動方程式を表して円軌道を採用した場合（＊注４）、$r\,n^2=GMr^{-2}$（n は公転の角速度）となり、$v = r\,n$ より直ちに $v^2=GMr^{-1}$が得られる（ここでは v は公転速度、G は万有引力定数、M は太陽質量）。また、x 軸方向の成分についての運動方程式を記述すれば（惑星軌道が xy 平面内にあるとして）、

$$a = -GMx/r^3$$

となる。r は動径座標として x 座標を内包しているが、円軌道の場合のみを考えてこれを定数と見ると振り子の運動方程式と形式的に同じ形になる。$x=r$ で $v=0$とい

う条件を与えると（ここで v は速度の x 方向の成分のみであることに注意）、解

$$v^2 = GMr^{-1}\{1-(x/r)^2\}$$

が得られ、やはり v^2の１公転にわたる平均は r^{-1}に比例することが示される。振り子は力が振動方向の変位 x に比例する調和振動であり、惑星の運動は距離の逆２乗 r^{-2}に比例する中心力＝重力によるケプラー運動であって、力の性質としては異なっているのであるが、微分方程式の形はよく似ている。間重富はこの数学的な類似性を直感的に感じとったのかもしれないし、さらに垂球と太陽系の形状の類似を思い浮かべ自説を持つに至ったのであろう。方程式と結果を見る限り、当たらずといえども遠からずという感もあるが、力学的な観点に考えが及んでおらず本質をついていないのは当時の日本のこととしていたしかたないことである。

＊注３　一方で、和算に、求積のための定積分のような計算法や三角関数の無限級数への展開などの研究があったことが知られている。

＊注４　簡単のため、ここでは重力によって惑星が円形の公転軌道を取りうることをあらかじめ仮定した。しかし、一般の中心力の場合に必ずしも安定な円軌道解が存在するわけではないので、このような計算で常に意味のある公転周期が得られるわけではない。

６．まとめ

「垂球精義」は、間重富が垂球（振り子）の法則とケプラーの第３法則の類似性を指摘し、東洋の自然哲学に基づく考え方で解釈した、日本では極めてまれな物理的視点を持つ文献である。そこには、ケプラーの第３法則を麻田剛立が発見したと記されている。間は、この文献中で、西洋人がこれらの法則を知っていておそらくその理由も理解しているであろうことを指摘しているが、その内容では、西洋近代科学に基づく原理の説明には全く触れていない。

「垂球精義」の内容の写真をインターネットに公開して下さった、羽間文庫と大阪歴史博物館の関係の方々に深く感謝します。

文献：

1) 「我が国におけるケプラーの第３法則の受容 ― 麻田剛立の『五星距地之奇法』を中心にして―」上原貞治、天界 Vol. 86, 322-330, 386-390、東亜天文学会、2005.
2) 「我が国におけるケプラーの第３法則の受容（Ⅱ） ― 麻田剛立『五星距地之奇法』と志筑忠雄『暦象新書』の比較―」上原貞治、天界 Vol. 87, 320-32、東亜天文学会、2006.
3)「垂球精義」　間重富、写１冊、羽間文庫蔵　1805.